

GUÍA TEÓRICO PRÁCTICA N° 7A

UNIDAD: ÁLGEBRA Y FUNCIONES
ÁLGEBRA DE POLINOMIOS

EVALUACIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Evaluar una expresión algebraica consiste en **sustituir** las letras por los **valores** numéricos dados para luego realizar las operaciones indicadas. Esta sustitución va siempre entre paréntesis.

TÉRMINOS SEMEJANTES

Son aquellos que tienen **idéntico factor literal**, es decir tienen las mismas letras, y los mismos exponentes, sólo pueden diferir en el coeficiente numérico.

REDUCCIÓN DE TÉRMINOS SEMEJANTES

Para reducir términos semejantes basta sumar o restar sus coeficientes numéricos y mantener su factor literal.

USO DE PARÉNTESIS

En Álgebra los paréntesis se usan para agrupar términos y separar operaciones. Los paréntesis se pueden eliminar de acuerdo a las siguientes reglas:

- * Si un paréntesis es precedido de un **signo +**, este se puede eliminar sin variar los signos de los términos que están dentro del paréntesis.
- * Si un paréntesis es precedido por un **signo -**, este se puede eliminar cambiando los signos de cada uno de los términos que están al interior del paréntesis.

Si una expresión algebraica tiene términos agrupados entre paréntesis y ellos a su vez se encuentran dentro de otros paréntesis, se deben resolver las operaciones que anteceden a los paréntesis desde adentro hacia fuera.

EJEMPLOS

1. Si $a = -2$, $b = -3$ y $c = 4$, entonces $ab^2 - a^3 : c =$

- A) 20
- B) 6,5
- C) -2,5
- D) -16
- E) -20

2. $x - 2y + 3z - 4 - 2x + 4y - z + 3 =$

- A) $-x + 2y - 2z - 1$
- B) $-x - 2y + 2z - 1$
- C) $-x + 2y + 2z - 1$
- D) $x + 2y + 2z - 1$
- E) $-x + 2y + 2z + 1$

3. $a^2b - \frac{1}{3}ab^2 - \frac{1}{4}a^2b + \frac{2}{3}ab^2 - 1 =$

- A) $\frac{3}{4}ab^2 + \frac{1}{3}a^2b - 1$
- B) $\frac{3}{4}a^4b^2 + \frac{1}{3}a^4b - 1$
- C) $\frac{3}{4}ab^2 - \frac{1}{3}a^2b - 1$
- D) $\frac{3}{4}a^2b + \frac{1}{3}ab^2 - 1$
- E) $-\frac{3}{4}ab^2 + \frac{1}{3}a^2b - 1$

4. $3x + 2y - \{2x - [3x - (2y - 3x) - 2x] - y\} =$

- A) $5x + 5y$
- B) $5x + y$
- C) $-7x + 5y$
- D) $7x - 5y$
- E) $5x - y$

OPERATORIA ALGEBRAICA

ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE POLINOMIOS

Para sumar y/o restar polinomios se aplican todas las reglas de reducción de términos semejantes y uso de paréntesis.

MULTIPLICACIÓN DE POLINOMIOS

* **MONOMIO POR MONOMIO:**

Se multiplican los coeficientes numéricos entre sí y los factores literales entre sí, usando propiedades de potencias. Al multiplicar tres o más monomios, se agrupan todos los coeficientes numéricos y se multiplican entre sí; y los factores literales también se agrupan y se multiplican entre sí.

* **MONOMIO POR POLINOMIO:**

Se multiplica el monomio por cada término del polinomio.

Es decir: $a(b + c + d) = ab + ac + ad$

* **POLINOMIO POR POLINOMIO:**

Se multiplica cada término del primer polinomio por cada término del segundo polinomio y se reducen los términos semejantes, si los hay.

EJEMPLOS

1. Si $A = 2x^2 + 3x + 7$ y $B = 5x^2 - 7x - 4$, entonces $-2(A + B) =$

- A) $6x^2 - 20x - 20$
- B) $-14x^2 - 8x - 6$
- C) $-14x^2 + 8x - 6$
- D) $-14x^2 - 20x - 6$
- E) $-6x^2 - 20x - 20$

2. La diferencia entre $-(1 - a)$ y $-(-a)$, en ese orden es

- A) 1
- B) -1
- C) $-2a + 1$
- D) $-2a - 1$
- E) $2a - 1$

3. José tiene $5a - b$ estampillas. Le regala a su hermano Miguel $3a - b$ y a su hermana Cristina $a + b$. ¿Con cuántas estampillas quedó José?

- A) $9a - b$
- B) $7a - 3b$
- C) $a - 3b$
- D) $a - b$
- E) $3a - 3b$

4. $\left(\frac{2}{5}xy^2z\right)\left(\frac{25}{4}x^2y\right)(-2yz^{-3}) =$

- A) $-5x^{-3}y^4z^{-2}$
- B) $-5x^3y^{-4}z^{-2}$
- C) $5x^{-3}y^4z^{-2}$
- D) $-5x^3y^4z^{-2}$
- E) $5x^3y^4z^{-2}$

5. $(a - 1)(a^n + a^{n+1} + a^{n+2}) =$

- A) $-a^n + a^{n+3}$
- B) $a^n + a^{3n}$
- C) $a^n - 2a^{2n}$
- D) $a^n + a^{n+3}$
- E) $a^n - a^{n+3}$

PRODUCTOS NOTABLES

*** CUADRADO DE BINOMIO**

El cuadrado de un binomio es igual al cuadrado del primer término, más o menos el doble producto del primero por el segundo término, más el cuadrado del segundo.

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

EJEMPLOS

1. $(1 + 2x)^2 =$

- A) $1 + 4x + 2x^2$
- B) $1 + 4x^2$
- C) $4x + 1 + 4x^2$
- D) $1 + 2x + 4x^2$
- E) $1 + 2x + 2x^2$

2. $\left(2 - \frac{1}{2w}\right)^2 =$

- A) $4 - \frac{2}{w} + \frac{1}{4w^2}$
- B) $4 - \frac{4}{w} + \frac{1}{4w^2}$
- C) $4 + \frac{4}{w} + \frac{1}{4w^2}$
- D) $4 + \frac{2}{w} + \frac{1}{4w^2}$
- E) $4 - \frac{1}{4w^2}$

3. $(5 - 2\sqrt{3})^2 =$

- A) $31 - 20\sqrt{3}$
- B) $37 - 20\sqrt{3}$
- C) $37 - 10\sqrt{3}$
- D) 37
- E) 13

4. ¿Cuál(es) de las siguientes expresiones es (son) equivalente(s) con $(2x - 3)^2$?

- I) $(3 - 2x)^2$
- II) $4x^2 - 9$
- III) $[-2x - (-3)]^2$

- A) Solo I
- B) Solo III
- C) Solo I y II
- D) Solo I y III
- E) I, II y III

5. $(a^n - a^{-n})^2 =$

- A) $4a^{-2n}$
- B) $a^{2n} - a^{-2n}$
- C) $a^{2n} - a^{-2n} - 2$
- D) $a^{2n} + a^{-2n} - 2$
- E) $a^{2n} + a^{-2n} + 2$

SUMA POR DIFERENCIA

El producto de la suma por la diferencia entre dos términos es igual al cuadrado del primer término menos el cuadrado del segundo término.

$$(x + y)(x - y) = x^2 - y^2$$

BINOMIOS CON TÉRMINO COMÚN

El producto de dos binomios con un término común es igual al cuadrado del término común, más el producto del término común con la suma algebraica de los otros dos términos, más el producto de los términos no comunes.

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

EJEMPLOS

1. $(1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2}) =$

- A) $1 - 2\sqrt{2}$
- B) -1
- C) 1
- D) $2\sqrt{2}$
- E) $1 + 2\sqrt{2}$

2. $(4a^2 - b^2)(4a^2 + b^2) =$

- A) $16a^2 - b^2$
- B) $16a^4 - b^4$
- C) $4a^2 - b^2$
- D) $16a^2 - b^4$
- E) $16a^4 - 8a^2b^2 + b^4$

3. $(x - 5)(x + 2) =$

- A) $x^2 + 3x - 10$
- B) $x^2 - 3x + 10$
- C) $x^2 - 3x - 10$
- D) $x^2 - 10$
- E) $x^2 - 3x$

4. $(2z + 1) \left(2z - \frac{1}{2}\right) =$

- A) $4z^2 + z - \frac{1}{2}$
- B) $2z^2 + z - \frac{1}{2}$
- C) $4z^2 + \frac{1}{2}z - \frac{1}{2}$
- D) $4z^2 + z + \frac{1}{2}$
- E) $4z^2 - \frac{1}{2}$

5. $(7^m - 3^n)(7^m + 3^n) =$

- A) $7^{2m} - 9^{2n}$
- B) $49^{2m} - 9^{2n}$
- C) $7^{2m} + 3^{2n}$
- D) $49^m - 3^{2n}$
- E) $49^m - 3^n$

6. Si $P = -\left(\frac{2}{3}x + 1\right)^2$ y $Q = \left(-\frac{2}{3}x + 1\right)^2$, entonces $P + Q =$

- A) $-\frac{8}{3}x$
- B) $-\frac{4}{3}x$
- C) $-\frac{8}{9}x$
- D) 0
- E) 2

CUADRADO DE TRINOMIO

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

CUBO DE BINOMIO

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

EJEMPLOS

1. $(2x - y + z)^2 =$

- A) $4x^2 + y^2 + z^2$
- B) $4x^2 + y^2 + z^2 - 2xy + 2xz - yz$
- C) $2x^2 + y^2 + z^2 - 4xy + 4xz - 2yz$
- D) $4x^2 - y^2 + z^2 + 4xy + 4xz - 2yz$
- E) $4x^2 + y^2 + z^2 - 4xy + 4xz - 2yz$

2. $(b + 1)^3 =$

- A) $b^3 + 1$
- B) $b^3 + b^2 + b + 1$
- C) $b^3 + 3b + b^2 + 1$
- D) $b^3 + 3b^2 + 3b + 1$
- E) $b^3 + b^2 + 3b + 1$

3. $(x^2 - y^2)^3 =$

- A) $x^6 - y^6$
- B) $x^6 - x^4y^2 + x^2y^4 - y^6$
- C) $x^6 - 3x^4y^2 + 3x^2y^4 - y^6$
- D) $x^5 - 3x^4y^2 + 3x^2y^4 - y^5$
- E) $x^6 - 3x^2y + 3xy^2 - y^6$

4. $\left(\frac{1}{a} - 1\right)^3 =$

- A) $\frac{1}{a^3} - \frac{3}{a^2} + \frac{3}{a} - 1$
- B) $\frac{1}{a^3} - \frac{3}{a^2} - \frac{3}{a} + 1$
- C) $\frac{1}{a^3} - \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a} - 1$
- D) $\frac{1}{a^3} - \frac{3}{a} + \frac{3}{a^2} - 1$
- E) $\frac{1}{a^3} - 1$

FACTORIZACIÓN

FACTORIZAR

Es el proceso de escribir un polinomio como producto de sus factores.

* FACTOR COMÚN

MONOMIO: $ac + ad = a(c + d)$

BINOMIO $(a + b)c + (a + b)d = (a + b)(c + d)$

EJEMPLOS

1. $54 - 81x =$

- A) $27(2 - 3x)$
- B) $18(3 - 4x)$
- C) $9(6 - 6x)$
- D) $9(6 + 9x)$
- E) $27(2x - 3)$

2. Al factorizar $2x^3y - 8x^2y^2 - 6xy^3$ se obtiene

- A) $x(2x^2y - 8xy^2 - 6xy^3)$
- B) $-6x^6y^6$
- C) $2xy(x^2 - 4xy - 3y^2)$
- D) $x^3y^2(2y^2 - 8xy - 8x^2)$
- E) $2xy(x^2 - 6xy - 3xy)$

3. $t(x + y) + u(x + y) =$

- A) $tu(x + y)$
- B) $xy(t + u)$
- C) $2tu(x + y)$
- D) $(t + x)(u + y)$
- E) $(x + y)(t + u)$

4. Uno de los divisores de $18x^3 - 8x$ es

- A) $2x^3$
- B) $3x - 2$
- C) $3x^2 + 2$
- D) $(3x + 2)^2$
- E) $2x^2$

5. Si en la expresión $x^{2n} + x^n$ uno de sus factores es x^n , entonces el otro factor es

- A) $x^2 + x$
- B) $x^{-n} + 1$
- C) $1 - x^n$
- D) $x^n + 1$
- E) x

6. $a - 2 - x(a - 2) =$

- A) $-x$
- B) $-x(a - 2)$
- C) $-2x(a - 2)$
- D) $(1 - x)(a - 2)$
- E) $(1 + x)(a - 2)$

7. $c(1 - x) + c^2x(1 - x) =$

- A) $c(c + x)(1 - x)$
- B) $c(1 - x)(1 + cx)$
- C) $2c^3x(1 - x)$
- D) $c^3x(1 - x)$
- E) $c^2x(1 - x)$

DIFERENCIA DE CUADRADOS:

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

DIFERENCIA DE CUBOS:

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

SUMA DE CUBOS:

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

EJEMPLOS

1. $a^2 - 289 =$

- A) $(17 - a)(17 - a)$
- B) $(a - 17)(17 - a)$
- C) $(a + 17)(a + 17)$
- D) $(a + 17)(a - 17)$
- E) $(a - 17)^2$

2. Al factorizar $16x^2 - 9y^2$ su resultado es

- A) $(4x - 3y)(4x - 3y)$
- B) $(8x + 3y)(8x - 3y)$
- C) $xy(16x - 9y)$
- D) $(4x - 3y)^2$
- E) $(4x + 3y)(4x - 3y)$

3. $a^3 + 1 =$

- A) $(1 - a)(1 - a + a^2)$
- B) $(1 + a)(1 + a + a^2)$
- C) $(1 + a)(a^2 - a + 1)$
- D) $(1 - a)(1 + a + a^2)$
- E) $(1 - a)^2(1 - a)$

4. Uno de los factores de $8z^3 - 1$ es

- A) $2z + 1$
- B) $2z - 1$
- C) $6z^3 + 1$
- D) $z - 1$
- E) $z + 1$

5. $x^2 - \frac{1}{w^2} =$

- A) $\left(x - \frac{1}{w}\right)^2$
- B) $\left(x + \frac{1}{w}\right)\left(\frac{1}{w} - x\right)$
- C) $\left(x + \frac{1}{w}\right)\left(x + \frac{1}{w}\right)$
- D) $\left(x - \frac{1}{w}\right)\left(\frac{1}{w} - x\right)$
- E) $\left(x - \frac{1}{w}\right)\left(x + \frac{1}{w}\right)$

6. $x^4 - y^4 =$

- A) $(x^2 - y^2)^2$
- B) $(x^2 + y^2)(x + y)(x - y)$
- C) $(x^2 + y^2)(x + y)(x + y)$
- D) $(x^2 + y^2)(x - y)(x - y)$
- E) $(x + y)(x + y)(x - y)(x + y)$

7. $a^6 - y^{12} =$

- A) $(a^3 - y^6)^2$
- B) $(a^4 - y^{10})(a^2 - y^2)$
- C) $(a - y^2)^6$
- D) $(a^3 - y^6)(a^3 + y^6)$
- E) $(a^2 - y^4)(a^2 + y^4)(a^2 + y^4)$

8. Si $a * b = 2a - b$ y $a \Delta b = 2a + b$, entonces $(p * q)^2 - (p * q) \cdot (p \Delta q) =$

- A) $2q^2 - 2pq$
- B) $2q^2 - 4pq$
- C) $-4pq$
- D) $-2pq$
- E) 0

TRINOMIO CUADRADO PERFECTO:

$$a^2 \pm 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

TRINOMIO DE LA FORMA:

$$x^2 + px + q = (x + a)(x + b) \text{ con } p = a + b, q = ab$$

TRINOMIO DE LA FORMA:

$$ax^2 + bx + c = \frac{(ax + p)(ax + q)}{a} \text{ con } b = p + q, ac = pq$$

EJEMPLOS

1. $a^2 - 2a + 1 =$

- A) $(a + 1)(a - 1)$
- B) $(a + 1)(a + 1)$
- C) $(a + 1)(1 - a)$
- D) $(1 - a)(1 - a)$
- E) $(1 - a)(a - 1)$

2. Al factorizar $x^2 - 2x - 15$ se obtiene

- A) $(x + 1)(x - 15)$
- B) $(x - 5)(x - 3)$
- C) $(x - 5)(x + 3)$
- D) $(x + 5)(x - 3)$
- E) $(x + 5)(x + 3)$

3. $2x^2 + 5x + 2 =$

- A) $(2x + 1)(2x + 4)$
- B) $(2x + 1)(x + 4)$
- C) $(x + 1)(2x + 4)$
- D) $(2x + 1)(x + 2)$
- E) $(x + 1)(2x + 2)$

4. Si $a = x^2 - xy$ y $b = y^2 - xy$, entonces $a + b$ es igual a

- A) $(x + y)^2$
- B) $(x - y)^2$
- C) $(x + y)(x - y)$
- D) $(x - y)(y - x)$
- E) $2x + 2y$

5. ¿Cuál(es) de las siguientes expresiones es (son) factor(es) de la expresión algebraica $x^2 - 7x + 12$?

- I) $x - 4$
- II) $x - 1$
- III) $x - 3$

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo III
- D) Solo II y III
- E) Solo I y III

6. ¿Cuál(es) de las siguientes expresiones es (son) equivalente(s) a $6x^2 - 5x - 6$?

- I) $(3 - 2x)(-2 + 3x)$
- II) $(2x - 3)(3x + 2)$
- III) $(3 - 2x)(-3x - 2)$

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo III
- D) Solo II y III
- E) I, II y III

7. $9 + 4x^2 - 12x =$

- A) $(3 - 2x)(3 + 2x)$
- B) $(2x - 3)(2x + 3)$
- C) $(3 - 2x)(2x - 3)$
- D) $(3 - x)(3 - 4x)$
- E) $(3 - 2x)(3 - 2x)$

8. $2x^3y^3 + 16x^2y^4 + 32xy^5 =$

- A) $y^3(2x^2 + 4y)^2$
- B) $2xy^3(x + 4y)^2$
- C) $2x(x + 4y^4)^2$
- D) $2x^3y(x + 4y)^2$
- E) $2xy^3(2x + 8y)^2$

FACTORIZACIÓN POR AGRUPACIÓN DE TÉRMINOS

Para factorizar polinomios de cuatro o más términos, éstos se deben agrupar convenientemente de manera de hacer factorizaciones parciales y llegar a una factorización final.

OBSERVACIÓN: Los casos anteriores de factorización nos conducen a la siguiente estrategia general para factorizar un polinomio.

1. Intente factor común.
 2. Cuente los términos del polinomio.
 - 2.1. Si tiene 2 términos, intente: suma por diferencia, suma de cubos o restas de cubos.
 - 2.2. Si tiene 3 términos, intente cuadrado de binomio inicialmente, si no, aplique trinomios que no son cuadrados.
 - 2.3. Si tiene más de 3 términos agrupe convenientemente.
-

EJEMPLOS

1. $ax + ay + bx + by =$

- A) $ab(x + y)$
B) $xy(a + b)$
C) $(2a + 2b)(x + y)$
D) $(2x + 2y)(a + b)$
E) $(a + b)(x + y)$

2. $pr + qr - ps - qs =$

- A) $(p + q)(r + s)$
B) $(p + q)(r - s)$
C) $(p - q)(r + s)$
D) $(p - q)(r - s)$
E) $(p - r)(q - s)$

3. $a^2 + 3a + ac + 3c =$

- A) $(3 + a)(c + a)$
- B) $(a - 3)(a - c)$
- C) $(a + 3)(a - c)$
- D) $(c - a)(c - 3)$
- E) $(c - 3)(c + a)$

4. $mx - 4 + m - 4x =$

- A) $x(m - 4)$
- B) $(x - 1)(m + 4)$
- C) $(x - 1)(m - 4)$
- D) $(x + 1)(m - 4)$
- E) $(x + 1)(m - 1)$

5. $ax - bx + by + cy - cx - ay =$

- A) $(a - b)(c - x)(x - y)$
- B) $(a - b - c)(x + y)$
- C) $(a - b + c)(x - y)$
- D) $(a - b - c)(x - y)$
- E) $(a + b + c)(x + y)$

6. $a^2 - b^2 - c^2 + 2bc =$

- A) $b(a + 1) + a(b + c)$
- B) $a(b + c) - b(a - c)$
- C) $(a + b - c)(a - b + c)$
- D) $(a + b + c)(a - b - c)$
- E) $(a - b - c)(a - b + c)$

RESPUESTAS

Ejemplos Págs.	1	2	3	4	5	6	7	8
1 y 2	D	C	D	B				
3 y 4	C	B	D	D	A			
5 y 6	C	A	B	D	D			
7 y 8	B	B	C	A	D	A		
9 y 10	E	D	C	A				
11 y 12	A	C	E	B	D	D	B	
13 y 14	D	E	C	B	E	B	D	B
15 y 16	D	C	D	B	E	D	E	B
17 y 18	E	B	A	D	D	C		