

GUÍA TEÓRICO PRÁCTICA N° 35

UNIDAD: ESTADÍSTICA Y PROBABILIDADES

COMBINATORIA

TÉCNICAS DE CONTEO

Principio Multiplicativo: Si un determinado suceso ocurre en k etapas distintas, en donde la primera etapa puede ocurrir de n_1 maneras diferentes, la segunda de n_2 maneras diferentes y así sucesivamente, entonces el número total de maneras en que ocurre el suceso está dado por $n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \cdot \dots \cdot n_k$

Principio Aditivo: Si dado un determinado suceso que tiene formas alternativas de llevarse a cabo, donde la primera de esas alternativas puede realizarse de n_1 maneras, la segunda alternativa puede realizarse de n_2 maneras, y así sucesivamente, hasta la última alternativa que puede realizarse de n_k maneras, entonces el número total de maneras en que ocurre este suceso es $n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_k$

EJEMPLOS

1. Si Don Tulio dispone de 5 autos y 3 camionetas, entonces ¿de cuántas maneras diferentes puede movilizarse un día cualquiera?
A) 25
B) 20
C) 15
D) 9
E) 8
2. En un concurso de televisión, participan cuatro competidores en la etapa final. Si los premios son sólo para el primer y segundo lugar, ¿de cuántas maneras distintas pueden ser repartidos los premios?
A) 2
B) 4
C) 7
D) 12
E) 24
3. En un centro comercial todos los LCD están con descuento. Aprovechando esta oferta, Patricio decide comprar uno, pero debe elegir entre las siguientes marcas: Sony, Samsung, LG y Panasonic. El LCD Sony se encuentra en 4 tamaños y 2 colores, el Samsung está en 5 tamaños y 3 colores, el LG está en 2 tamaños y 3 colores y el LCD, Panasonic está en 7 tamaños y un solo color. ¿De cuántas maneras puede comprar su LCD Patricio?
A) 4
B) 9
C) 24
D) 36
E) 162

FACTORIALES

La expresión $n!$ se lee, **factorial de n** o **n factorial**.

Definición: Sea n un número natural. Se llama factorial de n al producto de los n primeros números naturales. Es así que:

$$n! = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \quad \text{o bien}$$

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n - 2) \cdot (n - 1) \cdot n$$

Se define $0! = 1$

Las siguientes identidades expresan el significado de factorial n :

$$1! = 1, \quad 2! = 1 \cdot 2 = 2, \quad 3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6, \quad 4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$$

PROPIEDADES

- | | |
|--------------------------------|------------------------------|
| 1) $n! = n(n - 1)!$ | 3) $\frac{n!}{n} = (n - 1)!$ |
| 2) $x! = n! \Rightarrow x = n$ | 4) $\frac{n!}{(n - 1)!} = n$ |

EJEMPLOS

1. ¿Cuál es el valor de $\frac{15!}{13! \cdot 2!}$?

- A) 2.730
- B) 1.365
- C) 210
- D) 105
- E) 52,5

2. El valor de $\frac{10! + 9!}{10! - 9!}$ es

- A) 11
- B) 9
- C) 2
- D) $\frac{11}{10}$
- E) $\frac{11}{9}$

Variaciones o arreglos simples: Son los diferentes grupos o conjuntos que se pueden formar con **n** elementos de modo que cada grupo tenga **r** elementos.

La variación de **n** elementos tomados de **r en r** está dado por:

$$V_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Permutaciones simples: Son los grupos o conjuntos que se pueden formar con **n** elementos, de modo que cada uno tenga **n** elementos.

El número de permutaciones de **n** elementos está dado por

$$P(n) = n!$$

Permutaciones circulares: El número de maneras en que se pueden colocar **n** elementos diferentes a lo largo de una circunferencia está dado por:

$$P_{\text{circul}} = (n - 1)!$$

OBSERVACIÓN: Tanto en permutaciones como en variaciones **interesa el orden de los elementos.**

EJEMPLOS

- ¿De cuántas maneras distintas se pueden ordenar 4 personas en una fila?
A) 4
B) 16
C) 24
D) 64
E) 216
- Un grupo de 5 amigos, suben a un automóvil, si sólo uno de ellos sabe conducir. ¿De cuántas formas distintas se pueden distribuir en el interior del automóvil?
A) 5
B) 10
C) 24
D) 120
E) 625

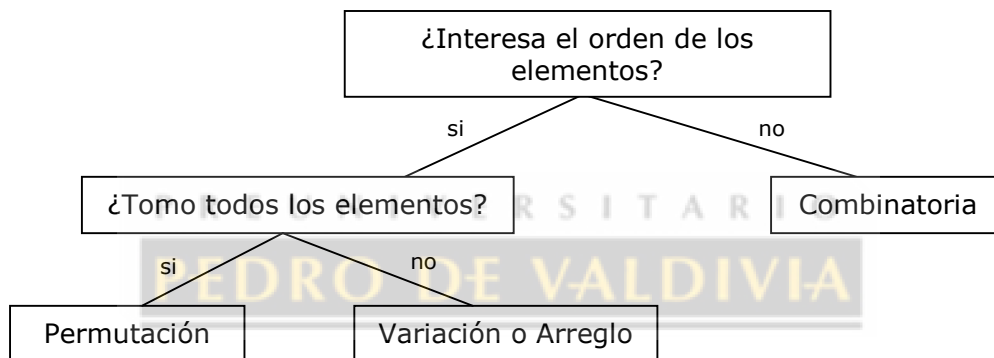
3. ¿Cuál es el valor de V_5^7 ?
- A) 5.040
 - B) 2.520
 - C) 1.760
 - D) 35
 - E) Ninguna de las anteriores
4. ¿Cuántos números de 3 cifras distintas se pueden formar con los dígitos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9?
- A) 9
 - B) 9!
 - C) 504
 - D) 3024
 - E) 9^9
5. ¿Cuántas palabras con sentido o sin él, se pueden formar con todas las letras de la palabra CAMPEON?
- A) 7
 - B) 840
 - C) 2.520
 - D) 5.040
 - E) 40.320
6. Una comisión de 16 delegados de la sociedad Negro y Negro debe escoger su directiva, conformada por un presidente, un vicepresidente, un secretario y un vocero. Si el cargo de presidente es para el socio con mayor cantidad de acciones, ¿de cuantas maneras se puede conformar tal directiva?
- A) V_4^{16}
 - B) V_3^{16}
 - C) V_4^{15}
 - D) V_3^{15}
 - E) V_5^{16}

Combinaciones: Son los diferentes grupos que se pueden formar con **n** elementos de modo que cada grupo tenga **r** elementos, **no interesando el orden de estos**.

El número de combinaciones de **n** elementos tomados de **r** en **r** está dado por la fórmula

$$C_r^n = \frac{n!}{(n-r)! \cdot r!}$$

Cuadro resumen



EJEMPLOS

1. ¿Cuál es el valor de C_7^9 ?

- A) 16
- B) 36
- C) 63
- D) 72
- E) Ninguna de las anteriores

2. Cuatro amigos deciden organizar un campeonato de tenis. En la primera fase se han de enfrentar todos entre sí. ¿Cuántos partidos se deben realizar?

- A) 4
- B) 6
- C) 8
- D) 12
- E) 24

3. ¿Cuántos saludos se pueden intercambiar entre sí 12 personas, si cada una sólo saluda una vez a cada una de las otras?

- A) 11
- B) 12
- C) 24
- D) 66
- E) 144

4. Si en una caja hay 8 corbatas, ¿de cuántas formas se pueden escoger 5 corbatas?

- A) 13
- B) 40
- C) 56
- D) 168
- E) 336

5. Al unir cinco vértices de un heptágono, ¿cuántos pentágonos se pueden obtener?

- A) 5
- B) 21
- C) 35
- D) 42
- E) 105

RESPUESTAS

Ejemplo Pág.	1	2	3	4	5	6
1	E	D	D			
2	D	E				
3 y 4	C	C	B	C	D	D
5 y 6	B	B	D	C	B	