

GUÍA TEÓRICO PRÁCTICA N° 33

**UNIDAD: GEOMETRÍA
 TRIGONOMETRÍA**

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

En el triángulo ABC, rectángulo en C (figura 1), se definen las siguientes razones:

<p>fig. 1</p>	Seno de $\alpha = \mathbf{sen \alpha} = \frac{\text{Cateto opuesto a } \alpha}{\text{hipotenusa}} = \frac{a}{c}$
	Coseno de $\alpha = \mathbf{cos \alpha} = \frac{\text{Cateto adyacente a } \alpha}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{c}$
	Tangente de $\alpha = \mathbf{tg \alpha} = \frac{\text{Cateto opuesto a } \alpha}{\text{Cateto adyacente a } \alpha} = \frac{a}{b}$
	Cotangente de $\alpha = \mathbf{cotg \alpha} = \frac{\text{Cateto adyacente a } \alpha}{\text{Cateto opuesto a } \alpha} = \frac{b}{a}$
	Secante de $\alpha = \mathbf{sec \alpha} = \frac{\text{Hipotenusa}}{\text{Cateto adyacente a } \alpha} = \frac{c}{b}$
	Cosecante de $\alpha = \mathbf{cosec \alpha} = \frac{\text{Hipotenusa}}{\text{Cateto opuesto a } \alpha} = \frac{c}{a}$

EJEMPLOS

1. Si $tg \alpha = \frac{5}{12}$ y α es un ángulo agudo, entonces $cos \alpha =$

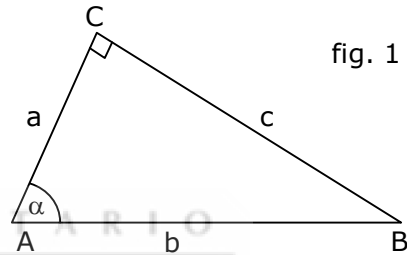
- A) $\frac{12}{5}$
- B) $\frac{13}{12}$
- C) $\frac{5}{12}$
- D) $\frac{5}{13}$
- E) $\frac{12}{13}$

2. Si los catetos de un triángulo rectángulo miden 8 cm y 15 cm, entonces el seno del ángulo agudo mayor es

- A) $\frac{15}{17}$
- B) $\frac{8}{17}$
- C) $\frac{8}{15}$
- D) $\frac{15}{8}$
- E) $\frac{17}{15}$

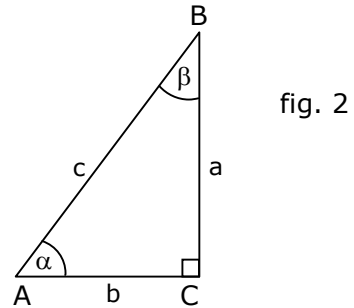
3. Con los datos de la figura 1, la expresión $\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{sen} \alpha$ es igual a

- A) $\frac{ac - bc}{ab}$
- B) $\frac{ac - bc}{bc}$
- C) $\frac{bc - ac}{ab}$
- D) $\frac{bc - ac}{bc}$
- E) $\frac{a - c}{b}$



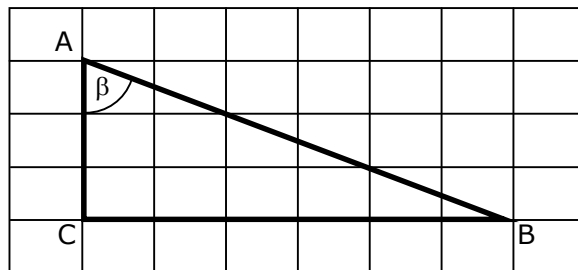
4. Con respecto al triángulo rectángulo ABC de la figura 2, ¿cuál de las opciones siguientes es verdadera?

- A) $\sec \beta = \frac{c}{b}$
- B) $\cos \alpha = \frac{a}{c}$
- C) $\operatorname{cotg} \beta = \frac{b}{a}$
- D) $\operatorname{cosec} \alpha = \frac{c}{b}$
- E) $\operatorname{sen} \beta = \cos \alpha$



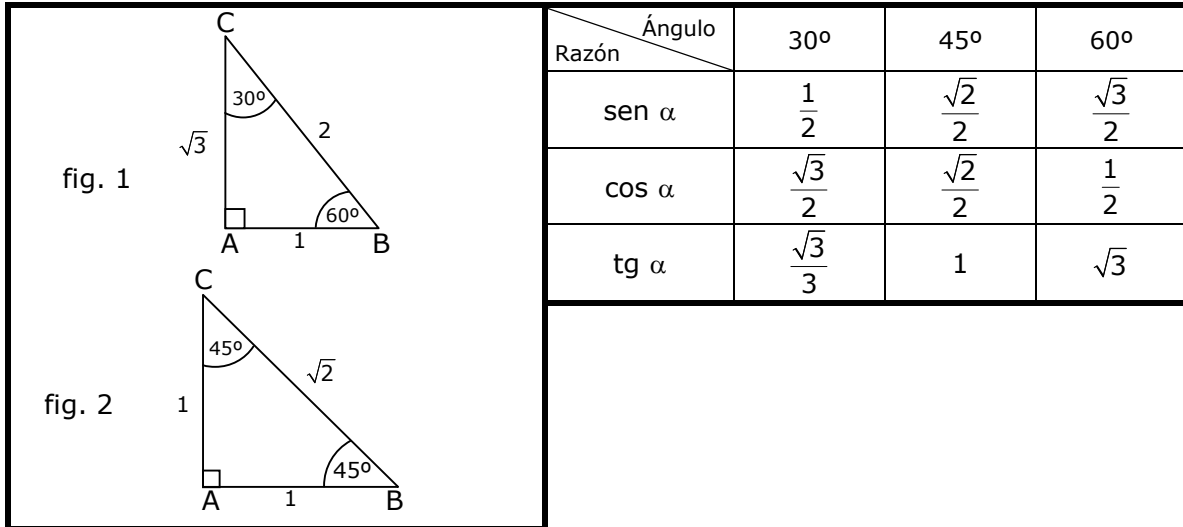
5. En la hoja cuadrículada de la figura 3, cada cuadrado tiene lado 2. Entonces, en el ΔABC la tangente del ángulo β es igual a

- A) $\frac{1}{\sqrt{5}}$
- B) $\frac{1}{2}$
- C) $\frac{2}{\sqrt{5}}$
- D) 2
- E) $\sqrt{5}$



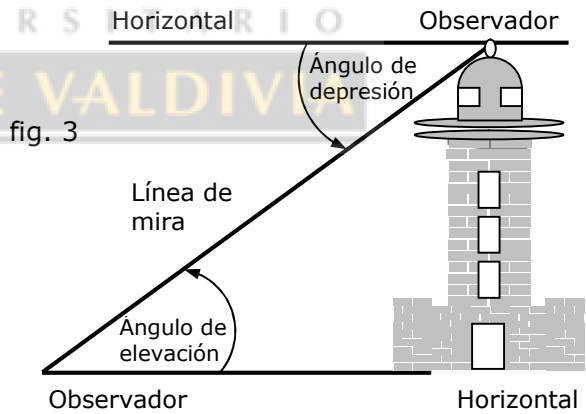
RAZONES TRIGONOMÉTRICAS PARA ÁNGULOS DE 30°, 45° y 60°

Considerando los triángulos de las figuras 1 y 2, se tiene que:



Ángulos de **elevación** y de **depresión** (fig. 3) son aquellos formados por la horizontal, considerada a nivel del ojo del observador y la línea de mira, según que el objeto observado esté por sobre o bajo esta última.

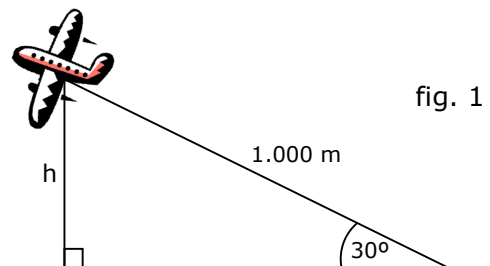
Con respecto a un observador, los ángulos de elevación y de depresión constituyen ángulos alternos internos entre paralelas, por lo tanto, sus medidas son iguales



EJEMPLOS

- Un avión despegue del aeropuerto con un ángulo de elevación de 30° como se muestra en la figura 1. Si ha recorrido desde el punto de despegue una distancia de 1.000 metros, ¿a qué altura (h), respecto del suelo se encuentra?

- A) $500\sqrt{3}$ metros
- B) 500 metros
- C) $\frac{1.000}{\sqrt{3}}$ metros
- D) $\frac{100}{\sqrt{3}}$ metros
- E) $\frac{1.500}{\sqrt{3}}$ metros



2. ¿Cuál es la longitud de la sombra proyectada por un edificio de 50 m de altura (fig. 2) cuando el sol se ha elevado 40° sobre el horizonte?

- A) $50 \cdot \operatorname{tg} 40^\circ$ m
 B) $\frac{50}{\operatorname{sen} 40^\circ}$ m
 C) $\frac{50}{\operatorname{tg} 40^\circ}$ m
 D) $\frac{\operatorname{tg} 40^\circ}{50}$ m
 E) $\frac{\operatorname{cotg} 40^\circ}{50}$ m

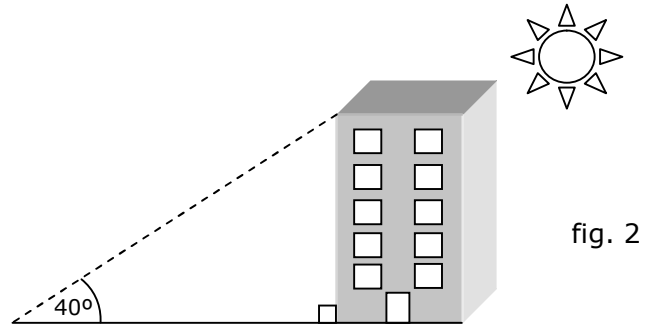


fig. 2

3. ¿Cuál es la longitud del hilo que sujeta el volantín de la figura 3, si el ángulo de elevación es de 50° ? (Considere $\cos 40^\circ = 0,7$)

- A) $20\sqrt{2}$ m
 B) $\frac{3\sqrt{51}}{0,7}$ m
 C) $21,5\sqrt{2}$ m
 D) 20 m
 E) 30 m

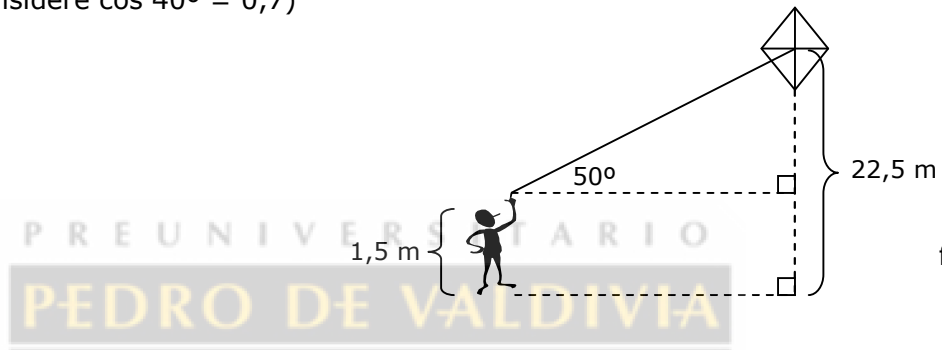


fig. 3

4. Un observador de 1,80 m observa la azotea de un edificio, según un ángulo de elevación de 60° (fig. 4). Si el punto de observación está a 12 m del edificio, ¿cuánto mide la altura del edificio?

- A) 24 m
 B) $12\sqrt{3}$ m
 C) $8\sqrt{3}$ m
 D) $(4\sqrt{3} + 1,8)$ m
 E) $(12\sqrt{3} + 1,8)$ m

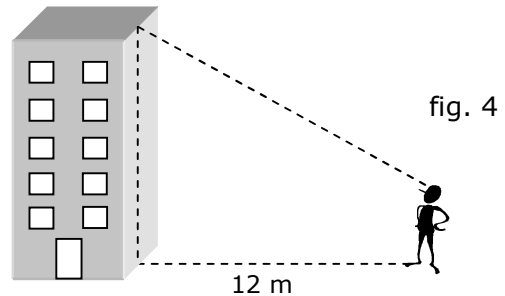


fig. 4

5. La longitud de una escalera, cuyos extremos están apoyados a un poste y al suelo es de $4\sqrt{3}$ metros. La escalera forma un ángulo con el poste de 30° . ¿A qué distancia está el pie de la escalera del poste?

- A) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ m
 B) 4 m
 C) 6 m
 D) $2\sqrt{3}$ m
 E) $6\sqrt{3}$ m

IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS FUNDAMENTALES

Las identidades 1, 2, 3, 4 y 5 se deducen directamente de las definiciones de las razones trigonométricas. La identidad 6, se deduce combinando las definiciones con el Teorema de Pitágoras.

	1. $\operatorname{sen} \alpha \cdot \operatorname{cosec} \alpha = 1$	4. $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{cos} \alpha}$
	2. $\operatorname{cos} \alpha \cdot \operatorname{sec} \alpha = 1$	5. $\operatorname{cotg} \alpha = \frac{\operatorname{cos} \alpha}{\operatorname{sen} \alpha}$
	3. $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{cotg} \alpha = 1$	6. $\operatorname{sen}^2 \alpha + \operatorname{cos}^2 \alpha = 1$

EJEMPLOS

1. Si $k = \operatorname{cos}^2 60^\circ + \operatorname{cos}^2 50^\circ + \operatorname{sen}^2 50^\circ$, entonces $4k$ es igual a

- A) 7
- B) 6
- C) 5
- D) 1,25
- E) 1



2. Si α es un ángulo agudo, ¿cuál(es) de las siguientes igualdades es (son) identidad(es)?

- I) $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{cosec} \alpha = \operatorname{sec} \alpha$
- II) $\frac{1}{1 - \operatorname{cos}^2 \alpha} = \operatorname{cosec}^2 \alpha$
- III) $(\operatorname{sen} \alpha + \operatorname{cos} \alpha)(\operatorname{sen} \alpha - \operatorname{cos} \alpha) = 2 \operatorname{sen}^2 \alpha - 1$

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo III
- D) Sólo I y II
- E) I, II y III

3. ¿Cuál de las siguientes expresiones representa al cuadrado del coseno de α ?

- A) $\operatorname{cos} \alpha^2$
- B) $\frac{1}{\operatorname{cosec}^2 \alpha}$
- C) $1 + \operatorname{sen}^2 \alpha$
- D) $\frac{1}{\operatorname{sec}^2 \alpha}$
- E) $\operatorname{sen}^2 \alpha - 1$

4. Si $\cos^2 \alpha = \frac{4}{9}$, entonces $3 \operatorname{sen} \alpha =$

- A) $\frac{5}{9}$
- B) $\frac{\sqrt{5}}{3}$
- C) $\frac{5}{3}$
- D) $\sqrt{5}$
- E) 5

5. Con los datos de la figura 1, la expresión $(\operatorname{sen} \alpha + \cos \alpha)^2$ es igual a

- A) 1
- B) $\frac{b^2 + 2ac}{b^2}$
- C) $b^2 + 2ac$
- D) $\frac{b^2 - 2ac}{b^2}$
- E) $\frac{2ac}{b^2}$



fig. 1

6. Si β es un ángulo agudo de un triángulo rectángulo, ¿cuál(es) de las siguientes igualdades **no** es (son) identidad(es)?

- I) $\operatorname{sen} \beta + \cos \beta \cdot \operatorname{cotg} \beta = \operatorname{cosec} \beta$
- II) $\sec \beta \cdot \operatorname{sen} \beta = \sqrt{\sec^2 \beta - 1}$
- III) $\operatorname{tg} \beta \cdot \operatorname{sen} \beta = \cos \beta$

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo III
- D) Sólo I y II
- E) I, II y III

7. ¿En cuál(es) de las siguientes expresiones trigonométricas, el resultado es **siempre** igual a 1?

- I) $\sin^2 40^\circ + \cos^2 50^\circ$
- II) $\sin 40^\circ + \sin 50^\circ$
- III) $\frac{\sin 45^\circ}{\cos 45^\circ}$

- A) En II solamente
- B) En III solamente
- C) En I y en II solamente
- D) En II y en III solamente
- E) Ninguna de ellas

RESPUESTAS

Ejemplos Págs.	1	2	3	4	5	6	7
1 y 2	E	A	C	E	D		
3 y 4	B	C	E	E	D		
5, 6 y 7	C	E	D	D	B	C	B

DMTRMA33

Puedes complementar los contenidos de esta guía visitando nuestra web
<http://www.pedrovaldivia.cl/>